

Итоговая контрольная работа

1. (2 балла) Свести задачу Коши к интегральному уравнению Вольтерра II рода

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 6y = 0, \quad y(0) = 0, \quad \frac{dy(0)}{dx} = 1.$$

2. (2 балла) Решить уравнение Вольтерра

$$\int_0^x (x-t)^2 \varphi(t) dt = x^3.$$

3. (5 баллов) Решить уравнение с помощью резольвенты

$$\varphi(x) = e^{x^2+2x} + 2 \int_0^x e^{x^2-t^2} \varphi(t) dt.$$

4. (3 балла) Методом последовательных приближений решить уравнение

$$\varphi(x) = \frac{1-x}{2} + \int_0^1 (1-x) \sin(2\pi t) \varphi(t) dt.$$

5. (5 баллов) Решить уравнение

$$\varphi(x) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos t \varphi(t) dt = \sin x.$$

6. (5 баллов) Найти характеристические числа и собственные функции интегрального уравнения

$$\varphi(x) - \lambda \int_0^{\pi} \cos x \cos t \varphi(t) dt = 0.$$

7. (5 баллов) Исследовать на разрешимость при различных значениях параметра интегрального уравнения

$$\varphi(x) - \lambda \int_0^1 (1+2x) t \varphi(t) dt = 1 - \frac{3}{2} x.$$

